

# MATEMATIČNO MODELIRANJE OKOLJSKIH PROCESOV

## POROČILO VAJE

### VAJA 5: EUTROFIKACIJA JEZERA

3.6.2015

## 1 NALOGA

---

Obravnavamo Blejsko jezero in problem eutrofikacije. Problem sem modeliral z empiričnim Vollenweiderjevem modelom in konceptualnim Imbodenovem modelom. Z obema modeloma želim preučiti kdaj pride do eutrofikacije jezera.

## 2 OSNOVNI PODATKI

---

$$A = 1.47 \text{ km}^2 \quad \text{površina jezera}$$

$$V = 25700000 \text{ m}^3 \quad \text{volumen vode v jezeru}$$

$$L_{zaledje} = 60 \text{ kgP/leto} \quad \text{obremenitev s fosforjem iz zaledja}$$

$$L_{padavine} = 169 \text{ kgP/leto} \quad \text{obremenitev s fosforjem iz padavin}$$

	Qsr[m <sup>3</sup> /s]	L <sub>tot'</sub> [mg/L]	L [kg/leto]
RADOVNA	0.33	0.0059	61.400592
MIŠČA	0.149	0.02	93.97728
KRIVICA	0	0.019	0
UŠIVEC	0.029	0.02	18.29088
SOLENIK	0.01	0.0199	6.275664
sum	<b>0.518</b>		<b>179.944416</b>

## 3 VOLLENWEIDERJEV MODEL

---

### 3.1 TEORETIČNI UVOD

Vollenweider je na podlagi opazovanj določil zvezo med letnim dotokom totalnega fosforja in njegovo koncentracijo v jezerski vodi.

Model:

$$L = [P] \frac{z}{T_w} (1 + \sqrt{T_w}) = \frac{L_{tot}}{A} \quad \text{Letna obremenitev s totalnim fosforjem na površino } \left[ \frac{\text{mg P}_{\text{tot}}}{\text{m}^2 \text{ leto}} \right]$$

$$T_w = \frac{V}{Q} \quad \text{hidravlični zadrževalni čas}$$

$$[P_i] = [P](1 + \sqrt{T_w})$$

$$q_s = \frac{z}{T_w} \left[ \frac{\text{m}}{\text{leto}} \right]$$

$P$  koncentracija fosforja v jezeru  $\left[ \frac{\text{mg P}_{\text{tot}}}{\text{m}^3} \right]$   
 $P_i$  srednja letna koncentracij fosforja v pritokih v jezero  
 $z$  srednja globina jezera

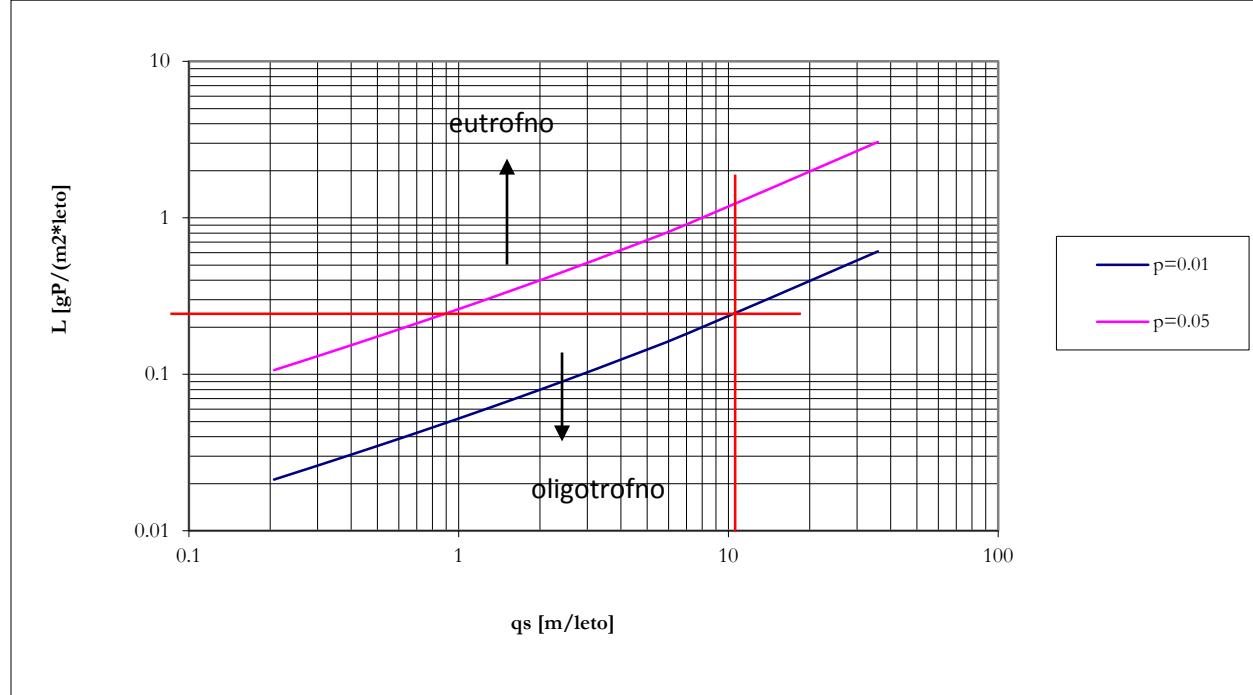
### 3.2 IZRAČUN

Iz podatkov najprej sem najprej izračunal obremenitev s totalnim fosforom iz vseh prispevkov:

$$L_{\text{tot}} = \sum L_i + L_{\text{zaledje}} + L_{\text{padavine}} = 408.9 \text{ kgP/leto}$$

$$L = \frac{L_{\text{tot}}}{A} = 0.278 \frac{\text{gP}}{\text{m}^2 \text{leto}}$$

Iz spodnjega diagrama določimo dopustno obremenitev  $L_{\text{dop}} = 0.25 \frac{\text{gP}}{\text{m}^2 \text{leto}}$ . Za odčitavanje uporabimo:  $T_w = 1.57 \text{ leto}$ ,  $q_s = 11.1 \frac{\text{m}}{\text{leto}}$ . Vidimo, da v mojem primeru obremenitev s totalnim fosforjem presega dopustno obremenitev, vendar ne toliko, da bi bili v področju eutrofikacije.



Koncentracij fosforja v jezeru izračunamo po spodnji formuli:

$$P = \frac{L}{\frac{z}{T_w} (1 + \sqrt{T_w})} = \frac{L}{q (1 + \sqrt{T_w})} = \frac{L_{\text{tot}}}{A q_s (1 + \sqrt{T_w})} = 11.1 \frac{\text{mgP}}{\text{m}^3}$$

S tem modelom lahko izračunamo še koncentracijo klorofila a:

$$\text{Chl}_a = 0.28(P)^{0.96} = 2.82 \frac{\text{mg}}{\text{m}^3}$$

Ter prosojnost vode:

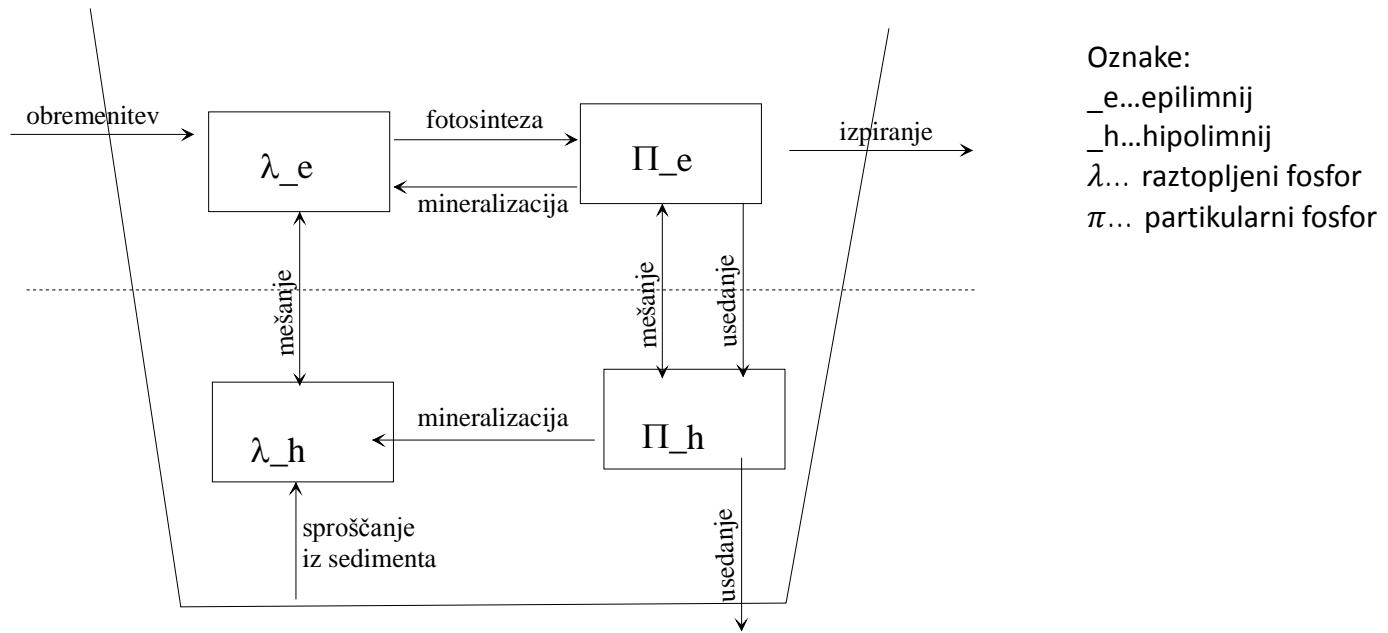
$$SD = 6.35 \text{ Chl}_a^{-0.473} = 3.89 \text{ m.}$$

## 4 IMBODENOV MODEL

### 4.1 TEORETIČNI UVOD

Imbodenov model je konceptualni model, ki v jezeru obravnava dva tipa fosforja (raztopljen reaktivni fosfor ( $\lambda$ ) in neraztopljen reaktivni fosfor ( $\pi$ )) ter dve dobro premešani plasti vode. Leto razdelimo na dve sezoni: letni čas, ko je jezero stratificirano in imamo minimalni transport med obema deloma jezera ter zimski čas, ko je turbolentni transport zelo intenziven in je jezero vertikalno dobro premešano. Za opis procesov transporta in kinetike uporabljamo diferencialne enačbe prvega reda. Ker ima sistem štiri neodvisen spremenljivke, rešujemo tudi štiri diferencialne enačbe. Enačbe rešujemo matrično.

Shema modela:



Zunanji parametri modela:

Parameter	oznaka	enota
hidravlična obremenitev	$q_s$	m/dan
obremenitev s fosforjem	$L_t$	mgP/(m <sup>2</sup> dan)

Notranji parametri modela:

Parameter	oznaka	enota
koeficient izmenjave med epi- in hipo-limnijem	$\xi$	1/dan
hitrost usedanja	$g$	m/dan
hitrost fotosinteze	$\alpha$	1/dan
hitrost mineralizacije v epi- in hipo-limniju	$R_E$ in $R_H$	1/dan
sproščanje fosforja iz sedimenta	$S$	mg P/(m <sup>2</sup> dan)

Rešitev lahko zapišemo z enačbo:

$$\Delta O_2 = -K_0 T_{stag} f L \left( \frac{g}{z_h} + \frac{\xi R_H}{\xi + \frac{g}{z_E} + R_H \varepsilon} \right),$$

kjer so:

$\Delta O_2$	sprememba koncentracije raztopljenega kisika v vodi
$T_{stag} = 180$ dni	čas stagnacije
$f = 0.49$	razmerje koncentracije alg in obremenitve s fosforjem
$z_H = 4.48$ m	globina hipolimnija
$z_E = 13$ m	globina epilimnija
$\xi = 0.001 \frac{1}{\text{dan}}$	izmenjava fosforja proti hipolimniju
$L = 278.2 \frac{\text{mgP}}{\text{m}^2 \text{leto}}$	obremenitev s fosforjem
$g = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{dan}}$	hitrost usedanja
$R_H = 0.01 \frac{1}{\text{dan}}$	hitrost mineralizacije v hipolimniju
$\varepsilon = 0.345$	
$K_0 = 140$	

## 4.2 IZRAČUN

V prvem primeru me je zanimalo kako se spremeni količina raztopljenega kisika. To sem storil s preprostim direktnim izračunom po gornji enačbi. Dobil sem rezultat  $\Delta O_2 = -0.425 \text{ g/m}^3$ .

V drugem primeru me je zanimalo kolikšna je dopustna obremenitev s fosforjem  $L$ , pri predpostavki, da je  $\Delta O_2 = 1 \text{ g/m}^3$ . Dobil sem rezultat  $L = 654.7 \frac{\text{mgP}}{\text{m}^2 \text{leto}}$ .

## 5 OBDELAVA S STROJNIM UČENJEM

V sklopu vaj smo pri prof. dr. Nataši Atanasovi obravnavali tudi uporabo strojnega učenja za namene modeliranja ekoloških sistemov. Uporabljali smo program Weka in z njim ustvarili odločitveno drevo za napovedovanje fitoplanktona v Blejskem jezeru.

Za svoj primer sem uporabil naslednje podatke:

- MONTH mesec v letu
- pH
- TEMP temperatura vode
- DO raztopljeni kisik
- ORTP koncentracija ortofosfata
- P\_TOT koncentracija totalnega fosforja
- NO<sub>3</sub> koncentracija nitratov
- NH<sub>4</sub> koncentracija amonija
- SiO<sub>2</sub> koncentracija silikatov
- PHYTO-DISC količina fitoplanktona

PHYTO-DISC je edina odvisna spremenljivka, po kateri se tudi sprašujemo. V vzorcu je 107 primerov.

Odločitveno drevo sem naredil po metodi J48 in z navzkrižno validacijo (10 fold). Dobljeno drevo je prikazano na spodnji sliki in je močno poenostavljen (pruned), količina fitoplankotna je namreč podana le kot nizka (low) ali visoka (high). Poglavitni atribut pri odločanju je raztopljeni kisik (DO), ki je na vrhu drevesa. Druga dva pomembna atributa sta še koncentracija ortofosfata (ORTP) in koncentracija silikata (SiO<sub>2</sub>).

