Dinamika gradbenih konstrukcij in potresno inženirstvo

→ Poglavje 1 v knjigi P. Fajfarja

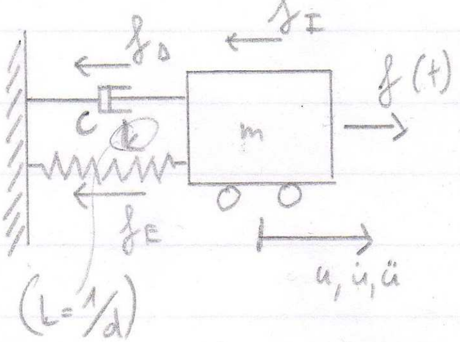
- **Število prostostnih stopenj** je enako številu neodvisnih koordinat, ki so potrebne in zadostne, da popolnoma opišemo poljubno deformirano obliko modela oziroma konstrukcijo oziroma sistema, ki ga model predstavlja.

Poznamo:
- sisteme z eno prostostno stopnjo (SDOF)
- sisteme z več prostostnimi stopnjami (MDOF)
  ↳ delimo na diskretne in kontinuirne modele

Pri tem se vedno sprašujemo:
- Na koliko načinov lahko konstrukcija niha?
- Do katere mere je smiselno "poenostavljati", da ohranimo reprezentativnost?

→ Poglavje 2 v knjigi P. Fajfarja

- **Sistemi z eno prostostno stopnjo (SDOF):**



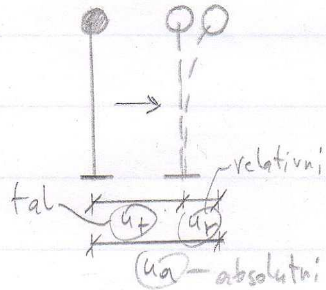
Ravnotežje sistema: $f(t) = f_I + f_D + f_E$

Linearna diferencialna enačba gibanja s konstantnimi členi:

$$\boxed{m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f(t)}$$

↳ če je $f(t) = 0$ → lastno nihanje

→ **Pomik podpor:**



$$m\ddot{u}_a + c\dot{u}_r + k u_r = 0$$

$$m\ddot{u}_a + c\dot{u}_a + ku_a = c\dot{u}_t + ku_t = \bar{f}(t)$$

oziroma

$$\boxed{m\ddot{u}_r + c\dot{u}_r + mu_r = -m\ddot{u}_t = \bar{f}(t)}$$

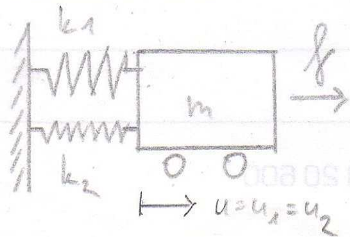
→ zanimajo nas relativni pomiki u_r, saj u_t oz $\ddot{u}_t$ (pospešek tal) poznamo iz akcelogramov!

→ Analogno pomikom obravnavamo tudi zasuke pri enačbi gibanja: $I\ddot{\varphi} + k_\varphi \varphi = M$

I – masni vztrajnostni moment

k_φ – razmerje med statično obtežbo (momentom) in zasukom vzmeti $\left[\frac{kNm}{rad}\right]$

→ **Vzporedna vezava:**

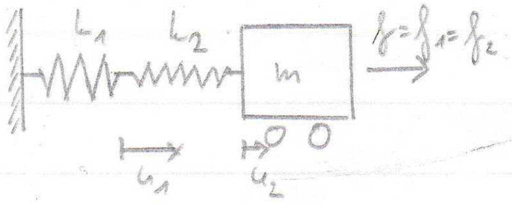


Pomika/raztezka sta ista:

$$f = k \cdot u = f_1 + f_2 = k_1 \cdot u + k_2 \cdot u \quad \rightarrow \quad k = \sum_i k_i$$

$f_1 = k_1 u_1$, $f_2 = k_2 u_2$

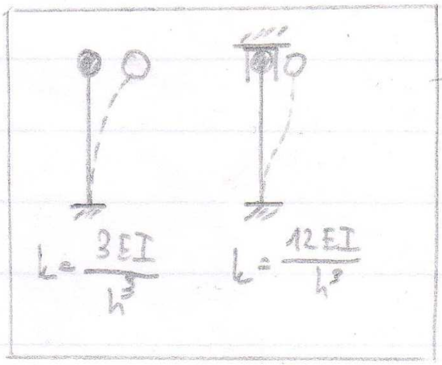
→ Zaporedna vezava:



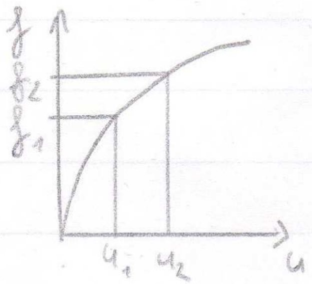
Sile v vzmetek so iste:

$$u = \frac{f}{k} = f \cdot d = u_1 + u_2 = f \cdot d_1 + f \cdot d_2 \rightarrow d = \sum_i d_i$$

oz. $\frac{1}{k} = \sum_i \frac{1}{k_i}$



- **Predpostavke** pri SDOF in MDOF modelih so:
  - skoncentrirana, točkovna masa
  - viskozno dušenje (linearno s faktorjem c)
  - zunanja obtežba je odvisna le od časa - $f(t)$
  - obravnavamo le linearno elastičnost vzmeti/materialov
    ↳ Nimamo plastičnega sistema (duktilno obnašanje), kot je to pri potresih v realnosti. A pri potresih zato ne moremo upoštevati principa superpozicije!



če je $u_2 = 2u_1$, potem $f_2 \neq 2f_1$.

- Sisteme z več prostostnimi stopnjami (MDOF): → Poglavje 5 v knjigi P. Fajfarja

→ Določitev enačb gibanja z uporabo pogoja o dinamičnem ravnovesju:

$$\{F_I\} + \{F_D\} + \{F_E\} = \{F(t)\} \rightarrow \boxed{[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\}}$$

vedno pozitivna definitna

↳ Sistem vezanih diferencialnih enačb s konstantnimi členi

k_{ij} - togostni koeficient oz. sila na mestu i zaradi enotskega pomika na mestu j (ostali pomiki so 0)

d_{ij} - pomik na mestu i zaradi enotske sile na mestu j (ostale sile so 0)

c_{ij} - sila v točki i zaradi enotske hitrosti v točki j (ostale hitrosti so 0)

m_{ij} - vztrajnostna sila v točki i zaradi enotskega pospeška v točki j (ostali pospeški so 0)

- Pomiki tal analogno s SDOF: $[M]\{\ddot{U}_a\} + [C]\{\dot{U}_r\} + [K]\{U_r\} = \{0\}$ oziroma

$$[M]\{\ddot{U}_r\} + [C]\{\dot{U}_r\} + [K]\{U_r\} = -[M]\{\ddot{U}_t\} = \{\bar{F}(t)\}$$

→ Določitev enačb gibanja z uporabo principa o virtualnem delu:

Princip o virtualnem delu pri dinamičnih problemih: $\underbrace{\delta W_z}_{\text{V.D. zunanjih sil}} + \underbrace{\delta W_D}_{\text{V.D. sil dušenja}} + \underbrace{\delta W_I}_{\text{V.D. vztrajnostnih sil}} = \underbrace{\delta E_n}_{\text{virtualna deformacijska energija}}$

Pri posplošenih pomikih (pomiki v poljubni točki) si pomagamo z matriko interpolacijskih funkcij: $\{u\} = [\Psi]\{U\}$

To potrebujemo, če hočemo uporabiti MKE!

$$\underbrace{\left(\int_V [\Psi]^T \rho [\Psi]\, dV\right)}_{[M]}\{\ddot{U}\} + \underbrace{\left(\int_V [\Psi]^T c [\Psi]\, dV\right)}_{[C]}\{\dot{U}\} + \underbrace{\left(\int_V ([d][\Psi]^T)[E]([d][\Psi])\, dV\right)}_{[K]}\{U\} =$$

$$= \underbrace{\int_S [\Psi]^T \{p\}\, dS + \int_V [\Psi]^T \{f_V\}\, dV}_{\{F(t)\}}$$

kompleksne, saj gre dalje za odvode in se napake povečujejo

→ Matrike konstrukcij in elementov:

- Podajnostna in togostna matrika sta pozitivno definitni in se lahko invertirajo: $[D]^{-1} = [K]$.
  Sta tudi simetrični: $k_{ij} = k_{ji}$ oz. $[K]^T = [K]$
  Pomik točke i zaradi sile v točki j je enak pomiku točke j zaradi sile v točki i.
- (konsistentna) masna matrika je simetrična in pozitivno definitna. → upoštevamo le pri torziji
  Mase ustrezajo translacijskim prostostnim stopnjam / masni vztrajnostni momenti pa rotacijskim.
- Matrika dušenja je ponavadi dobljena na podlagi vrednosti koeficientov kritičnega dušenja, ki so dobljeni eksperimentalno/izkustveno.
- Vektor zunanje obtežbe lahko dobimo z navadno koncentracijo sil ali pa bolj natančno uporabo interpolacijskih funkcij (enostavnih, saj ne gre za odvod).

→ Zmanjšanje števila prostostnih stopenj:

Eliminiramo prostostne stopnje, ki so nebistvene, to je tiste, ki so povezane z majhnimi vztrajnostnimi silami in kjer ne deluje zunanja obtežba (majhen pospešek ali majhna masa).
Ne smemo pa preveč kondenzirati/zanemariti zasukov in poenostavljati konstrukcije, saj lahko dobimo neprimeren sistem.

- **Lastno nihanje SDOF:** → Poglavje 3 v knjigi P. Fajfarja

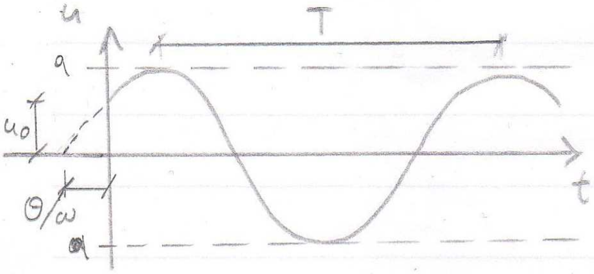
- Privzamemo nedušeno lastno nihanje: $m\ddot{u} + ku = 0 = f(t)$ navadna diferencialna enačba

$\ddot{u} + \omega^2 u = 0$; $\omega^2 = \frac{k}{m}$ krožna frekvenca nedušenega nihanja

Rešitev dif. enačbe: $u(t) = \underbrace{A}_{\frac{\dot{u}_0}{\omega}} \sin(\omega t) + \underbrace{B}_{u_0}\cos(\omega t)$ → $\boxed{u(t) = a \cdot \sin(\omega t - \Theta)}$

Amplituda: $a = \sqrt{A^2 + B^2}$

Fazni zamik: $\Theta = \arctan\frac{-B}{A}$



Nihajni čas: $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$ → $T = \sqrt{\frac{m}{k}}\,2\pi$

Energija sistema je konstantna!

- Dušeno lastno nihanje: $m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$ → $\ddot{u} + \frac{c}{m}\dot{u} + \omega^2 u = 0$ → $\ddot{u} + 2\underbrace{\xi}_{\frac{c}{2\omega m}}\omega\dot{u} + \omega^2 u = 0$

Rešitev dif. enačbe: $\boxed{u(t) = a \cdot e^{-\xi\omega t} \cdot \sin(\omega_D t - \Theta)}$

Delež kritičnega dušenja: $\xi = c / c_{cr}$ $(0{,}02 \le \xi \le 0{,}1)$; $c_{cr} = 2m\omega = 2\sqrt{mk}$

Splošna: $u(t) = a \cdot e^{-\xi\omega t} \cdot (A\sin(\omega_D t) + B\cos(\omega_D t))$

Krožna frekvenca dušenega nihanja: $\omega_D = \omega\sqrt{1-\xi^2} \approx \omega$

Logaritemski dekrement: $\delta = \ln\frac{u(t)}{u(t+T_D)} = \xi\omega T_D \to \delta \approx \xi 2\pi$

logaritemsko razmerje med zaporednima amplitudama nihajev

↳ $e^{\delta} = \frac{u(t)}{u(t+T_D)}$

- **Lastno nihanje MDOF:** → Poglavje 6 v knjigi P. Fajfarja

- Privzamemo nihanje brez dušenja: $\boxed{\{U\} = \{\Phi\}\sin(\omega t - \Theta)}$

deformacijska oblika sistema („amplitude prostorskih stopenj")

$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{0\}$ "+" 2. odvod "=" $\boxed{([K] - \omega^2[M])\{\Phi\} = \{0\}}$

$\{\ddot{U}\} = -\omega\{\Phi\}\sin(\omega t - \Theta)$

Rešitev da $\{\Phi\} \neq 0$ velja le, če je determinanta izraza v oklepaju enaka 0: $|[K] - \omega^2[M]| = 0$

Imamo n prostostnih stopenj → n rešitev polinoma n-te stopnje za ω^2. To postane problem iskanja lastnih vrednosti (ω^2) in lastnih vektorjev ($\{\Phi\}$).

nihajna oblika

Φ_{ij} – razmerja med pomiki v lastnih nihajnih oblikah (neodvisna od časa in/ali obtežbe)

prostostna stopnja

→ Ortogonalnost nihajnih oblik: $[K]\{\Phi\} = \omega^2[M]\{\Phi\} = F_I$

$\{F_{Ii}\}^T\{\Phi_j\} = \{F_{Ij}\}^T\{\Phi_i\}$

1. pogoj: $\{\Phi_i\}^T[M]\{\Phi_j\} = 0$; $\omega_i \neq \omega_j$

1. 2. $\{\Phi_i\}^T \cdot$

2. pogoj: $\{\Phi_i\}^T[K]\{\Phi_j\} = 0$; $\omega_i \neq \omega_j$

Ortonormirane nihajne oblike z ozirom na masno matriko: $[\Phi]^T[M][\Phi] = [I]$

In z ozirom na togostno matriko: $[\Phi]^T[K][\Phi] = [\omega^2]$

Za sistem, kjer ima vsak način nihanja različno frekvenco, veljata za poljubni dve različni nihajni obliki pogoja ortogonalnosti!

→ Metode za določanje lastnih frekvenc in nihajnih oblik:

Prej opisana metoda z uporabo karakterističnega polinoma je praktično uporabna za 2 oz. 3 prostostne stopnje. Za več potrebujemo druge pristope.

- Metoda Stodola-Vianello: Je iteracijska in uporabna za majhno število prostostnih stopenj. S konvergacijo se približujemo nihajnim oblikam po vrsti od prve naprej.

$$\boxed{[DM]\{\Phi\} = \frac{1}{\omega^2}\{\Phi\}}$$

poljuben vektor, ki ustreza eni izmed nihajnih oblik

$[D][M]$ - dinamična matrika

1. Predpostavimo obliko vektorja, ki je podobna predvideni 1. nihajni obliki (linearna predpostavka) → $\{\Phi_1^{(0)}\}$.
2. $[DM]\{\Phi_1^{(0)}\} = \{\bar{\Phi}_1^{(1)}\}$
3. a. Če sta $\{\Phi_1^{(0)}\}$ in $\{\bar{\Phi}_1^{(1)}\}$ enaka po obliki, potem je $\{\Phi_1^{(0)}\}$ pravilno predpostavljena.

   b. Če obliki nista enaki, lahko določimo le meje: $\left(\frac{\Phi_{1i}^{(0)}}{\bar{\Phi}_{1i}^{(1)}}\right)_{min} < \omega_1^2 < \left(\frac{\Phi_{1i}^{(0)}}{\bar{\Phi}_{1i}^{(1)}}\right)_{max}$

   Do željene natančnosti namesto $\{\Phi_1^{(0)}\}$ v koraku 2. uporabljamo izračunane, nove (še prej normirane) $\{\bar{\Phi}_1^{(1)}\}$.

Pri s-tem koraku je ω definiran z: $\boxed{\omega_1^2 = \frac{\Phi_{1i}^{(s-1)}}{\bar{\Phi}_{1i}^{(s)}}}$

Ta postopek vedno konvergira k 1. nihajni obliki ne glede na začetno predpostavko!

Fizikalna interpretacija: Predpostavljeni pomiki imajo ustrežne pospeške oz. vztrajnostne sile, posledica vztrajnostnih sil pa so spet pomiki. Če se predpostavljeni in inducirani pomiki ujemajo, potem je predpostavljen potek premikov tudi pravilen.

Upoštevamo: $[DM]\{\Phi_i\} = \frac{1}{\omega_i^2}\{\Phi_i\}$

Dokaz konvergence: $\{\Phi_1^{(0)}\} = [\Phi]\{Y\} = \sum\{\Phi_i\}Y_i \rightarrow [DM]\{\Phi_1^{(0)}\} = Y_1[DM]\{\Phi_1\} + Y_2[DM]\{\Phi_2\} + \dots$

$\rightarrow [DM]\{\Phi_1^{(0)}\} = Y_1\frac{1}{\omega_1^2}\{\Phi_1\} + Y_2\frac{1}{\omega_2^2}\{\Phi_2\} + \dots$

Ker: $\omega_1 < \omega_2 < \dots$ velja: $\frac{1}{\omega_1^{2(s)}} \gg \frac{1}{\omega_2^{2(s)}} \gg \dots$ → Vpliv 1. nihajne oblike je največji in zato vedno konvergira k njej, tudi če zanemarimo ostale člene/višje nihajne oblike!

→ Poglavje 4 v knjigi P. Fajfarja /im

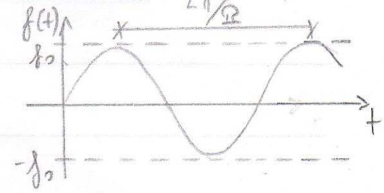
- **Vsiljeno nihanje SDOF:** $m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f(t) \rightarrow \ddot{u} + 2\xi m\dot{u} + \omega^2 u = \frac{f(t)}{k}\omega^2$

Rešitev te nehomogene diferencialne enačbe je vsota pripadajoče homogene enačbe in partikularne rešitve (u_H "+" u_p).

→ **Dinamični faktor:** DF – razmerje med dejanskimi količinami v poljubnem času in količinami, dobljenimi po principih statike pri obtežbi f_0.

$$DF(t) = \frac{u(t)}{u_{st}} \rightarrow (DF(t) = 1 - \cos\omega t)$$

→ **Vpliv dušenja:** Njegov vpliv na nihajni čas je zanemarljivo majhen ($T \approx T_D$), na amplitude pa zelo vpliva (manjšanje ovojnice amplitud), saj zaduši lastno nihanje. Pri trajajočih obtežbah pa ima majhen vpliv na vsiljeno nihanje in ga navadno zanemarimo.



→ **Harmonična obtežba:** $\boxed{f(t) = f_0 \cdot \sin(\Omega t)}$ – vzbujevalna funkcija

amplituda vzbujanja; frekvenca vzbujanja

$$\ddot{u} + \omega^2 u = \frac{f_0}{k}\omega^2 \sin(\Omega t) \quad ; \quad r = \frac{\Omega}{\omega} \rightarrow \boxed{u(t) = \frac{f_0}{k}\frac{1}{1-r^2}\left(\sin(\Omega t) - r \cdot \sin(\omega t)\right)}$$

$u(t) = u_{st} \cdot DF(t)$

$DF_{max} = \left|\frac{1}{1-r}\right|$ – brez dušenja

$DF_{max} = \left|\frac{1}{1-r^2}\right|$ – z dušenjem (a le lastnega nihanja)

$DF_{max} = \frac{1}{2\xi}$ – z dušenjem (tudi vsiljenega nihanja), če je $\omega = \Omega$. Nimamo "več" neskončnih vrednosti!

frekvenca vzbujanja	način vzbujanja	fazni zamik	DF_{max}
$\Omega \ll \omega$	počasno	0° (konstrukcija sledi)	1
$\Omega \gg \omega$	hitro	180° (konstrukcija ne more slediti)	0
$\Omega = \omega$	resonančno	90° (stalno povečujemo energijo sistema)	∞ teoretično

→ **Poljubna obtežba – Duhamelov integral:**

Imamo poljubno obtežbo, a le enostavni primeri dajo analitične rešitve, drugače je potrebno numerično. To obtežbo sestavimo iz "velikega števila" infitezimalno kratkih sunkov s konstantno obtežbo $f(\tau)$ trajajočo $d\tau$. Pri tem je t čas za račun odziva.

Če predpostavimo linearen sistem, potem velja superpozicija in te odzive sunkov samo seštejemo (dobimo integral):

$$\boxed{u(t) = \frac{1}{m\omega} \int_0^t f(\tau) \cdot \sin \omega (t-\tau)\, d\tau}$$ - Duhamelov integral

Če upoštevamo še začetne pogoje (lastno nihanje na začetku) in dušenje, dobimo:

$$u(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t f(\tau)\, e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cdot \sin \omega_D (t-\tau)\, d\tau$$

→ Poljubna obtežba → integracija korak za korakom: Omogoča račun nelinearnih sistemov!

Izberemo korake Δt, kjer je pospešek linearen in postopoma od začetka računamo odziv. Poračunamo iz začetnih podatkov intervala končno stanje po intervalu in to uporabimo v naslednjem intervalu kot vhodni podatek: $\bar{k}\, u_k = \bar{f}$ nadomestna obtežba

nadomestna togost

→ Poglavje 7 v knjigi P. Fajfarja

- Vsiljeno nihanje MDOF:

→ Modalna analiza: Uporabna le za linearno odvisne sisteme, drugače uporabimo direktno integracijo!

Hočemo dobiti diagonalne matrike v osnovni enačbi: $[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F(t)\}$ $**$

Lastne nihajne oblike nedušenega sistema izrazimo: $\boxed{\{U\} = [\phi]\{Y\}}$ $*$ posplošeni premiki (kao glavne napetosti)

nihajna oblika (kao smeri glavnih napetosti)

Namesto upoštevanja vseh modalnih oblik (n-oblik) upoštevamo le m-oblik ($m \ll n$) in dobimo:

$$\{U\} = \sum_i^m \{\phi_i\} \cdot Y_i$$ - upoštevamo najbolj vplivne nihajne oblike (navadno tiste, ki imajo obliko podobno obtežbi)

Enačbo $*$ odvajamo in vstavimo v $**$ ter množimo z leve z $[\phi]^T$:

$$[\phi]^T[M][\phi]\{\ddot{Y}\} + [\phi]^T[C][\phi]\{\dot{Y}\} + [\phi]^T[K][\phi]\{Y\} = [\phi]^T\{F(t)\}$$

Na kratko: $\boxed{[\bar{M}]\{\ddot{Y}\} + [\bar{C}]\{\dot{Y}\} + [\bar{K}]\{Y\} = \{\bar{F}(t)\}}$ oziroma: $M_i \ddot{Y}_i + C_i \dot{Y}_i + K_i Y_i = F_i(t)$

posplošena masa

To je sedaj nevezan sistem, saj imamo diagonalne matrike in rešujemo vsako vrstico kot svoj ločen računski problem.

- Določanje notranjih sil: $\{F_E(t)\} = [K]\{U(t)\} = [K]\sum_{i=1}^{m}\{\phi_i\}Y_i = [M]\{\phi\}[\omega^2]\{Y(t)\}$

Pri višjih nihajnih oblikah je ω večji, kar pomeni velik vpliv višjih nihajnih oblik, zato moramo za isto natančnost kot pri pomikih upoštevati več nihajnih oblik.

$\{F_E\}$ - v vsakem primeru lahko kot zunanjo obtežbo na statičnem modelu in nato naprej analiziramo notranje sile. V tem primeru bi iskali maksimume notranjih sil po času, a to je izjemno zamudno.

- Približne metode za določanje maksimalnih vrednosti pomikov in notranjih sil:

Za vsako nihajno obliko od 1 do m izračunano preko spektra: $\{U_i\}_{max} = \{\phi_i\}Y_{i\,max} \rightarrow \{F_{Ei}\}_{max} = [K]\{U_i\}_{max}$

Rezultate pa določimo s kombinacijo. Opozorilo: Tako pridobljenih potresnih sil ne smemo uporabiti za račun notranjih sil, temveč moramo za vsako nihajno obliko poračunati potresne sile in nato NSK ter šele te količine med sebaj kombiniramo. Drugače smo na bolj varni strani, kot je to smiselno, saj imamo prevelike sile na modelu. Možni sistemi kombinacije:

in tako pomike tudi sile NSK

(A) Le 1. oblika: $\{U\}_{max} \approx \{U_1\}_{max}$ (daje premajhne rezultate)

(B) Aritmetična vsota absolutnih vrednosti: $\{U\}_{max} \leq \sum_{i=1}^{m} |\{U_i\}_{max}|$ (daje prevelike rezultate)

(C) Geometrijska vsota (SRSS): $\{U\}_{max} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\{U_i\}^2_{max}}$ (za pravilno delovanje moramo imeti dokaj različne nihajne čase → statistična neodvisnost)

square root of sum of squares

(D) Popolna kvadratna kombinacija: $u_{k,max} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\rho_{ij}\,u_{ik}\,u_{jk}}$ — faktorji sklopljenosti posameznih nihajnih oblik

(po posameznih komponentah, a tudi če so podobni nihajni časi → statistična odvisnost)

- Odziv pri potresni obtežbi: $[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = -\ddot{u}_t[M]\{s\}$ — smerni vektor

poenostavimo v odsekoma linearno funkcijo

Transformacija v glavne koordinate: $\{U\} = [\phi]\{Y\}$

$$\ddot{Y}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = \frac{F_i}{M_i} \qquad F_i = -\ddot{u}_t\{\phi\}^T[M]\{s\}$$

Predpostavimo $\omega \approx \omega_D$ in izračunamo z Duhamelovim integralom: $\boxed{Y_i(t) = \Gamma_i\frac{D_i(t)}{\omega_i}}$

Faktor participacije: $\Gamma_i = \dfrac{\{\phi_i\}^T[M]\{s\}}{\{\phi_i\}^T[M]\{\phi_i\}}$

$\{U(t)\} = [\phi]\{Y(t)\} = \sum_{i=1}^{m}\{\phi_i\}\Gamma_i\frac{D_i(t)}{\omega_i}$

$\{F_E(t)\} = [K]\{U(t)\}$

- Spekter odziva: $\{u_i\}_{max} = \{\phi_i\} \Gamma_i S_u$ – spekter pomikov

$\{F_{E,i}\}_{max} = [M] \{\phi_i\} \Gamma_j S_a$ – spekter pospeškov ; $S_a \approx S_{pa} = S_u \cdot \omega_i^2$

sledi kombinacija SRSS

- Ekvivalentna masa: $F_{b_i} = F_{E_i} = \sum_{j=1} m_j \phi_j \Gamma_i S_{pa_i} = \boxed{m_i^* S_{pa_i} = F_{b_i}}$

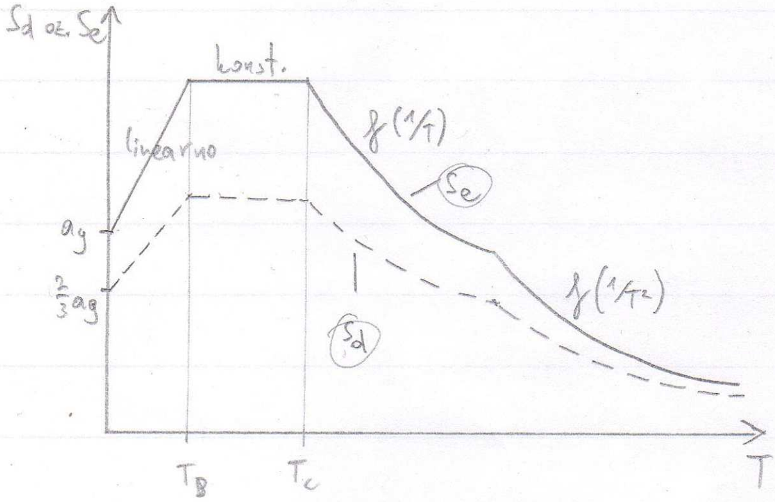
$$m_i^* = \frac{\left(\sum_{j=1}^{n} \phi_{ij} m_j\right)^2}{\sum_{j=1}^{n} \phi_{ij}^2 m_j}$$

– kolikšna masa participira pri odzivu i-te nihajne oblike oziroma koliko mase se "aktivira" pri neki nihajni obliki ($\sum_{i=1}^{n} m_i^* =$ celotni masi konstrukcije)

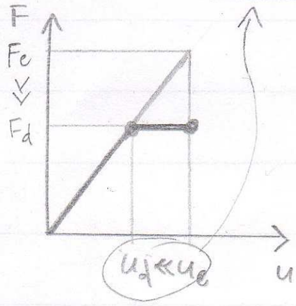
→ Odziv konstrukcije na potresno obtežbo:

- Spekter odziva: Spekter odziva prikazuje maksimalne vrednosti odziva za konstrukcije z eno prostostno stopnjo pri določeni obtežbi. Spekter pospeškov zato prikazuje pospeške mase te prostostne stopnje. Uporabljamo "zglajene"/posplošene spektre (elastični ali projektni).

na manj kot $\beta = 20\% a_g$ ne moremo projektirati!



Faktor obnašanja: $q = \frac{S_e}{S_d}$



$q = q_\mu \cdot q_0$; $q \geq 1{,}5$

q_μ: 3-6 iz μ_Δ

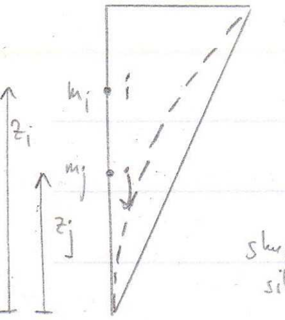
q_0: 1,5-2,5 overstrength

Faktor obnašanja je odraz sipanja energije v konstrukciji zaradi duktilnosti in pojava razpok. Izberemo ga na podlagi konstrukcijskih detajlov in zasnove konstrukcije (za različne smeri vzbujanja lahko različen). Na njega vplivajo tudi nekonstrukcijski elementi (polnila in parapeti) z njihovo togostjo.

Duktilnostni razredi: – DCL – Low
Ductility Class – DCM – Medium
– DCH – High

q narašča ↓

→ Ekvivalentna statična metoda / Metoda z vodoravnimi silami:



Predpostavimo prispevke predvsem prve nihajne oblike → linearno naraščanje. A to lahko storimo le za regularne konstrukcije.

$$\boxed{F_b = S_d(T_1)\, m\, \lambda} \rightarrow F_i = F_b \frac{z_i m_i}{\sum_j z_j m_j}$$

F_b – skupna sila; m – celotna masa; λ – korekcijski faktor

T_1 ocenimo z nekim postopkom, ki ga sami izberemo

Korekcijski faktor je 1,0, razen če je $T_1 \leq T_c$ in ima konstrukcija več kot 2 etaži, potem je 0,85.

→ Direktna integracija: Tu lahko obravnavamo tudi nelinearne sisteme!

Pri numeričnemu reševanju sistema diferencialne enačbe nihanja predpostavimo potek pomika diskretnih točk v odvisnosti od časa. Na tem mestu predpostavimo uporabo interpolacijskih funkcij, ki definirajo deformacijsko obliko konstrukcije (od diskretitiranih točk do vseh), pa tudi časovni potek pomikov izbranih točk.

Postopek je analogen SDOF: → Tu lahko uporabljamo poljubno matriko dušenja!

1. $[\bar{K}] = \frac{4}{\Delta t^2}[M] + \frac{2}{\Delta t}[C] + [K]$ – nadomestna matrika
2. Poleg tega izračunamo vektor nadomestne obtežbe.
3. Nato pa rešimo sistem enačb: $\boxed{[\bar{K}]\{\Delta U\} = \{\bar{F}\}}$
4. Izračunamo pomike, hitrosti, pospeške na koncu intervala in uporabimo na začetku novega.

Za natančen in stabilen izračun potrebujemo izbrati (glede na najvišjo nihajno obliko, katero opazujemo oz. analiziramo) primeren korak integracije: $\Delta t \leq 0{,}1\, T_{max}$

• Elastična analiza večetažnih konstrukcij pri potresni obtežbi: → Poglavje 13 v knjigi P. Fajfarja

→ Psevdo tridimenzionalni modeli:

Predpostavke:
1. Linearna elastičnost sistema.
2. Majhni pomiki.
3. Toge medetažne plošče v svoji ravnini.
4. Gibke medetažne plošče na svojo ravnino.
5. Uporaba makroelementov. (2 pomika, 1 zasuk)
6. Pri horizontalni obtežbi so bistvene prostostne stopnje v horizontalnih ravnih ploščah.
7. Koncentracija mas in hor. obtežbe na nivoju plošč.

Iz tega izhajajo tudi poenostavitve:

- ni pomika v vertikalni smeri;
- stene ne nosijo pravokotno na glavno os;
- prečke, ki povezujejo vzporedne okvirje, zanemarimo;
- enaki pomiki na nivoju ene etaže;
- zasuki enega elementa ne uplivajo na druge.

→ Postopek izračuna:

lokalni koordinatni sistem / diagonalna / interpolacijska

1. Določitev matrik makroelementov v LKS (togostne, masne, geometrijske):

Izhodišče LKS izberemo v strižnem središču, koordinate pa se ujemajo z glavnimi vztrajnostnimi osmi elementa, dobimo obliko:

$$[k_L] = \begin{bmatrix} [k_{11}] & 0 & 0 \\ 0 & [k_{22}] & 0 \\ 0 & 0 & [k_{\varphi\varphi}] \end{bmatrix}$$

2. Transformacija matrik makroelementov iz LKS v GKS preko transformacijskih matrik in seštevanje teh matrik v matrike cele konstrukcije:

Rotacija: $\{u_L\} = [T_R]\{u\}$

$$[T_R] = \begin{bmatrix} [\cos\alpha] & [\sin\alpha] & [0] \\ [-\sin\alpha] & [\cos\alpha] & [0] \\ [0] & [0] & [1] \end{bmatrix}$$

Translacija: $\{u\} = [T_0]\{U\}$

$$[T_0] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$[T_R]^T[m_L][T_R]\{\ddot{u}\} + [T_R]^T[k_L][T_R]\{u\} = [T_R]^T\{f_L\}$

Transformacija: $[m_L]\{\ddot{u}_L\} + [k_L]\{u_L\} = \{f_L\} \rightarrow [m]\{\ddot{u}\} + [k]\{u\} = \{f\}$

Tudi premika: $[m_0]\{\ddot{U}\} + [k_0]\{U\} = \{f_0\}$

Seštevanje: Predpostavljena je vzporedna vezava, zato $[K] = \sum [k_0]$

3. Račun lastnega nihanja in odziva $\{U\}$ v GKS (poljubna metoda, navadno modalna analiza).

4. Izračun premikov v LKS:

Vsak element posebej: $\{u_L\} = [T_R][T_0]\{U\}$

5. Izračun sil na makroelemente v LKS:

Vsak element posebej: $\{fe\} = [k_L]\{u_L\}$

6. Notranje statične količine v makroelementih v LKS:

Uporabimo $\{fe\}$ kot izhodišče za statično analizo.

- **Potresno inženirstvo:** Potresna odpornost je dosežena, če sodelujejo: geologi/seizmologi (napovedi, lokacije), geomehaniki (odziv tal) in gradbeniki (zasnova konstrukcije).

Temeljni principi v potresnem inženirstvu:

1. Duktilnost in sipanje energije (sposobnost plastičnih deformacij konstrukcije).
2. Redukcija potresnih sil na konstrukcijo.
3. Načrtovanje nosilnosti (preprečiti krhke porušitve).

nosilnost + duktilnost

Duktilnost v betonu: Beton v nosilcih in stebrih ne sme popustiti, preden dosežemo plastifikacijo armature. To omogočimo s povečanjem kapacitete tlačne cone in z zmanjšanjem obremenitve tlačne cone (večja in močnejša tlačna cona).

- **EC8:**

Bistvene značilnosti EC8:
- dopolnilo vsem ostalim EC
- zajete vse konstrukcije razen pregrad, elektrarn in "off-shore" konstrukcij
- potresna nevarnost določena s projektnim pospeškom
- spektri stvar države, oblika pa v glavnem globalno ista
- upoštevajo "capacity design"
- primarni in sekundarni elementi
- izbira večje in manjše duktilnosti

Namen:
- zaščita človeških življenj
- omejitev škode
- zagotovitev obratovanja pomembnih javnih objektov

Osnovni zahtevi:

- Da ne pride do porušitve (dela ali celote): Potresni vplivi ustrezajo 10% verjetnosti prekoračitve v 50 letih potresa s povratno dobo 475 let.
- Da omejimo poškodbe (popravljive s primernimi stroški): Potresni vplivi ustrezajo 10% verjetnosti prekoračitve v 10 letih potresa s povratno dobo 95 let.

↳ Pri tem dvojem seveda upoštevamo tudi kategorijo pomembnosti. MSN in MSU morata biti vedno izpolnjeni!

Povratna doba potresa : $T_R = -T_L / \ln(1-P_R)$

Verjetnost dogodka v obdobju T_L : $P_R = 1 - (1 - 1/T_R)^{T_L}$

Za elastično stanje upoštevamo povratno dobo 475 let, za neelastično pa dobo 50 let.

- Zasnova konstrukcij: Osnovna načela so enostavnost, uniformiranost/pravilnost (prerezi, geometrija, mase po vertikali in horizontali), nosilnost in togost v vseh smereh, statična nedoločenost, prenos sil preko plošče, ustrezno temeljenje.

- Načrtovanje nosilnosti (capacity design): Izbrane elemente sistema projektiramo, da sipajo energijo, druge pa, da imajo zadostno nosilnost da prvim tisto sipanje omogočijo. Ne smemo dopustiti globalne porušitve, zato prenesemo to na lokalne porušitve. Na kratko: varujemo stebre, grede pa tvorijo plastične členke, oboji pa morajo biti duktilni.

- Metode analize:

	STATIČNA	DINAMIČNA
LINEARNA	Analiza z vodoravno statično obtežbo (horizontalne sile)	Modalna analiza s spektrom odziva
NELINEARNA	"Pushover" analiza s spektrom odziva	Račun časovnega odziva (numerična integracija)

Primarni seizmični elementi - elementi, ki so upoštevani kot del konstrukcijskega sistema, ki prenaša potresne vplive (vključeni v model za analizo, potresno odporni po EC8).

Sekundarni seizmični elementi - elementi, ki niso upoštevani kot del konstrukcijskega sistema, ki prenaša potresne ~~vplive~~ (pri modelu so zanemarjeni, projektirani so le da prenesejo sile lastne teže pri pomikih)

- Slučajna ekscentričnost:

4 različni odmiki mase iz centra v 4 različne smeri

4 različne analize

gledamo ovojnico vplivov